Oppgave 0.1 Diskret lead-lag-algoritme

En såkalt lead-lag-funksjon er gitt ved

$$H_{LL}(s) = \frac{x(s)}{z(s)} = K\frac{T_2 s + 1}{T_1 s + 1} \tag{0.1}$$

(Den kan brukes som PD-regulator, som (begrenset) PI-regulator og i foroverkoplinger.) Diskretisér denne transferfunksjonen vha. Eulers bakovermetode, dvs. finn differenslikningen som uttrykker $x(t_k)$. Tidsskrittet er T_s. Skriv den resulterende differenslikningen på formen

$$x(t_k) = a_1 x(t_{k-1}) + b_0 z(t_k) + b_1 z(t_{k-1}) \tag{0.2}$$

dvs. finn a_1, b_0 og b_1.

Oppgave 0.2 Ekvivalent tidsforsinkelse

Gitt et reguleringssystem der prosessen reguleres av en tidsdiskret PID-regulator med samplingsintervall T_s lik 1 sek. Hvor stor er den omtrentlige tidsforsinkelsen som sample- og holdeelementet introduserer i reguleringssløyfen?

Oppgave 0.3 Er samplingsintervallet ok?

Gitt en prosess som skal reguleres med en diskret PID-regulator. Prosessens responstid er ca. 1 min. Reguleringsutstyret opererer med et samplingsintervall på 0,2 sek. Er dette et brukbart samplingsinterval for den gitte prosessen?

Løsning 0.1

Vi starter med å finne differensiallikningen som tilsvarer (0.1). Kryssmultiplisering gir

$$(T_1 s + 1)\, x(s) = K\, (T_2 s + 1)\, z(s) \tag{0.3}$$

som invers-Laplacetransformert gir

$$T_1 \dot{x}(t) + x(t) = K\, [T_2 \dot{z}(t) + z(t)] \tag{0.4}$$

eller

$$T_1 \dot{x}(t_k) + x(t_k) = K\, [T_2 \dot{z}(t_k) + z(t_k)] \tag{0.5}$$

Her approksimeres $\dot{x}(t_k)$ med

$$\dot{x}(t_k) \approx \frac{x(t_k) - x(t_{k-1})}{T_s} \tag{0.6}$$

mens $\dot{z}(t_k)$ approksimeres med

$$\dot{z}(t_k) \approx \frac{z(t_k) - z(t_{k-1})}{T_s} \tag{0.7}$$

Ordning av det resulterende uttrykket gir følgende algoritme for $x(t_k)$:

$$x(t_k) = a_1 x(t_{k-1}) + b_0 z(t_k) + b_1 z(t_{k-1}) \tag{0.8}$$

der

$$\underline{\underline{a_1 = \frac{1}{\frac{T_1}{T_s} + 1}}} \tag{0.9}$$

og

$$\underline{\underline{b_0 = \frac{K\frac{T_2}{T_s} + 1}{\frac{T_1}{T_s} + 1}}} \tag{0.10}$$

og

$$\underline{\underline{b_1 = -\frac{\frac{T_2}{T_s}}{\frac{T_1}{T_s} + 1}}} \tag{0.11}$$

Løsning 0.2

Tidsforsinkelsen er

$$\underline{\underline{\tau}} = \frac{T_s}{2} = \frac{1}{2} = \underline{\underline{0,5 \text{ sek}}} \tag{0.12}$$

Løsning 0.3

Øvre grense for samplingsintervallet T_s er

$$T_s \le \frac{T_r}{5} = \frac{60}{5} = 12 \text{ sek} \tag{0.13}$$

Den oppgitte $T_s = 0,2$ sek. er godt nedenfor denne grensen.