

### Løsning 3.1

a. Likning (2.6):

- Uavhengige variable/innganger:  $q_i$  og  $q_u$ .
- Avhengig variabel/utgang:  $h$ .
- Orden: 1. Lineær. Tidsinvariant.
- Koeffisient/parameter:  $A$ .

- b. Likning (2.8):
- Uavhengige variable/innganger:  $q_i$ .
  - Avhengig variabel/utgang:  $m$ .
  - Orden: 1. Ulineær. Tidsinvariant.
  - Koeffisienter/parametre:  $\rho$ ,  $g$  og  $K_v$ .
- c. Likning (2.33):
- Uavhengige variable/innganger:  $F$ .
  - Avhengig variabel/utgang:  $x$ .
  - Orden: 2. Lineær. Tidsinvariant.
  - Koeffisienter/parametre:  $m$ ,  $D$  og  $K_f$ .
- d. Likning (2.57):
- Uavhengig variabel/inngang:  $v_1$ .
  - Avhengig variabel/utgang:  $v_2$ .
  - Orden: 1. Lineær. Tidsinvariant.
  - Koeffisienter/parametre:  $C$  og  $R$ .

**Løsning 3.2**

- a. Tilstandsrommodellen:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= \underbrace{-0,5x_1 + 0,4x_2 + 3u}_{f_1} \\
 \dot{x}_2 &= \underbrace{0,8x_1 - 0,3x_2}_{f_2} \\
 y &= \underbrace{0,25x_1 + 0,5u}_g
 \end{aligned}
 \tag{7.242}$$

- b. Ja, modellen er lineær.

**Løsning 3.3**

Innfører  $x_1 = x$ ,  $x_2 = \dot{x}$  og  $x_3 = \ddot{x}$ . Differensiallikningen kan da skrives

$$4\dot{x}_3 + 5x_3 - 2x_2 + u = 0 \tag{7.243}$$

Tilstandsrommodell:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 \\
 \dot{x}_2 &= x_3 \\
 \dot{x}_3 &= -\frac{5}{4}x_3 + \frac{2}{4}x_2 - \frac{1}{4}u
 \end{aligned}
 \tag{7.244}$$

**Løsning 3.4**

Tilstandsrommodellen på matrise-vektor-form:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix}}_{\underline{\dot{x}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}}_{\underline{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}}_B u \quad (7.245)$$

og

$$y = \underbrace{\begin{bmatrix} 5 & 6 \end{bmatrix}}_C \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}}_{\underline{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 7 \end{bmatrix}}_D u \quad (7.246)$$

eller kompakt:

$$\underline{\dot{x}} = A\underline{x} + B\underline{u} \quad (7.247)$$

$$\underline{y} = C\underline{x} + D\underline{u} \quad (7.248)$$

### Løsning 3.5

Integratorenes utganger er (rettere: kan velges som) systemets tilstandvariable. Derfor er integratorenes innganger de deriverte av tilstandsvariablene, se figur 38. Ut fra blokkdiagrammet kan tilstandsrommodellen blir da

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -2x_1 - 3x_2 + 4u \\ y &= 5x_1 + 6x_2 + 7u \end{aligned} \quad (7.249)$$

### Løsning 3.6

- a. Som utgangspunkt for tegning av blokkdiagrammet kan vi skrive opp  $T(t)$ , som finnes ved å løse differensiallikningen (3.31). Vi skriver da først (3.31) slik at den deriverte er alene på venstre side (dette er en tilstandsrommodellform):

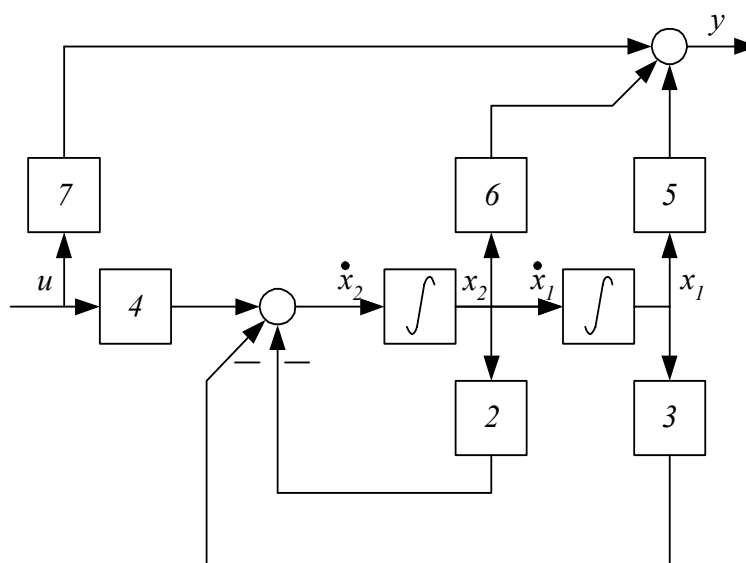
$$\dot{T} = \frac{1}{c\rho V} [P + cw(T_i - T)] \quad (7.250)$$

$T(t)$  fås ved å integrere denne differensiallikningen:

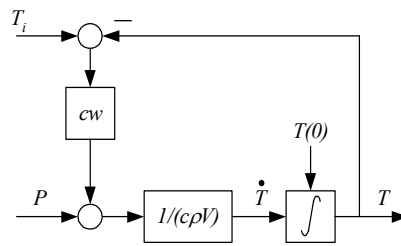
$$T(t) = T(0) + \int_0^t \underbrace{\frac{1}{c\rho V} [P + cw(T_i - T)]}_{\dot{T}(\theta)} d\theta \quad (7.251)$$

Figur 39 viser blokkdiagrammet som svarer til denne integrallikningen.

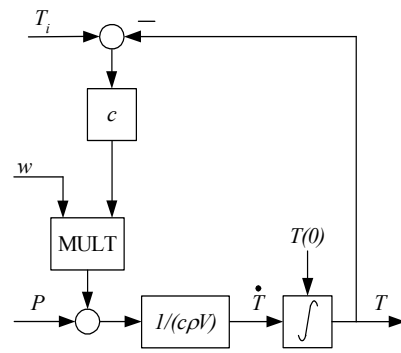
- b. Figur 40 viser blokkdiagrammet.



Figur 38: Løsning 3.5: Integratorenes innganger de deriverte av tilstandsvariablene



Figur 39: Løsning 3.6a: Blokkdiagrammet



Figur 40: Løsning 3.6b: Blokkdiagrammet