Kapittel 3

Modellformer og responsberegning

Oppgave 3.1 Klassifisering av differensiallikning

For hver av modellene eller differensiallikningene (i læreboken) angitt nedenfor: Definer inngangsvariable og utgangsvariable, og klassifiser differensiallikningene med hensyn på

- orden
- (u)linearitet
- tids(in)varians

a. Likning (2.6),
$$\dot{h}(t) = \frac{1}{A}\left[q_i(t) - q_u(t)\right] \tag{3.22}$$
som er modellen for en væsketank.

b. Likning (2.8),
$$\dot{m} = \rho q_i(t) - \rho K_v \sqrt{\rho g h(t)} \tag{3.23}$$
som er modellen for en væsketank med ventil i utløpet.

c. Likning (2.33),
$$m\ddot{y}(t) = F(t) - D\dot{y}(t) - K_f y(t) \tag{3.24}$$
som er modellen for et masse-fjær-demper-system.

d. Likning (2.57),
$$RC\dot{v}_2(t) = v_1(t) - v_2(t) \tag{3.25}$$
som er modellen for en RC-krets.

Oppgave 3.2 Oppstilling av tilstandsrommodell

Gitt følgende matematiske modell:

$$2\dot{x}_1 = -x_1 + 0,8x_2 + 6u \tag{3.26}$$
$$5\dot{x}_2 = 4x_1 - x_2 \tag{3.27}$$

$$4y = x_1 + 2u \tag{3.28}$$

a. Skriv modellen på tilstandsrommodellform (du trenger ikke bruke matriser og vektorer).

b. Er modellen lineær.

Oppgave 3.3 Fra differensiallikning til tilstandsrommodell

Skriv opp en tilstandsrommodell svarende til den 3. ordens differensiallikningen

$$4\dddot{x} + 5\ddot{x} - 2\dot{x} + u = 0 \tag{3.29}$$

Oppgave 3.4 Tilstandsrommodell på matrise-vektor-form

Skriv følgende tilstandsrommodell på matrise-vektor-form:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -2x_1 - 3x_2 + 4u \\ y &= 5x_1 + 6x_2 + 7u \end{aligned} \tag{3.30}$$

Oppgave 3.5 Fra blokkdiagram til tilstandsrommodell

Figur 14 viser en blokkdiagramrepresentasjon av en matematisk modell. Skriv modellen på tilstandsrommodellform (du trenger ikke bruke matriser og vektorer).

Oppgave 3.6 Blokkdiagramrepresentasjon av differensiallikningsmodell

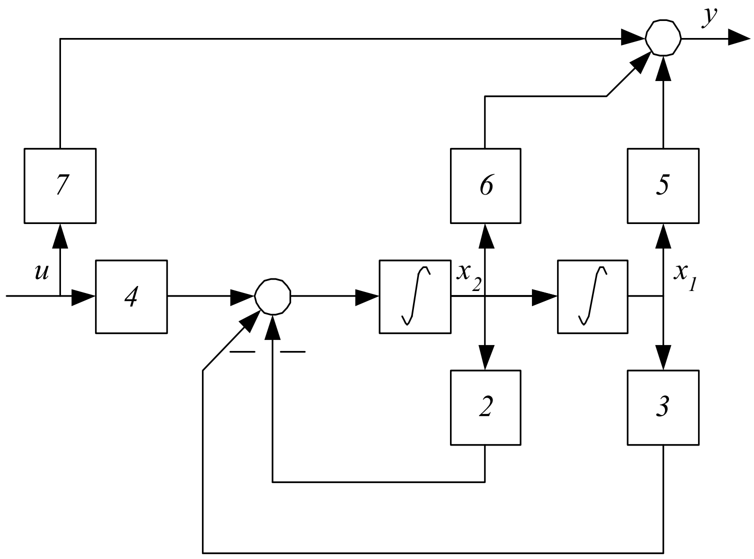
Det termiske systemet beskrevet i eksempel 3 side 24 osv. i læreboken har følgende matematiske modell (som stammer fra en energibalanse):

$$c\rho V\dot{T}(t) = P(t) + cw\left[T_i(t) - T(t)\right] \tag{3.31}$$

Initialtilstanden er $T(0)$.

a. Betrakt T som utgangsvariabel, og P og T_i som inngangsvariable. Tegn et detaljert matematisk blokkdiagram for (3.31). (Du kan godt betrakte produktene $c\rho V$ og cw som konstanter.)

b. Betrakt nå w som en inngangsvariabel (i tillegg til P og T_i). Tegn et detaljert matematisk blokkdiagram for (3.31).



Figur 14: Oppgave 3.5: Blokkdiagram

Oppgave 3.7 Analytisk beregning av tidsrespons for differensiallikning

Gitt differensiallkningen

$$\dot{x}(t) = ax(t) + bu(t) \tag{3.32}$$

med initialtilstand $x(0) = x_0$. $u(t)$ er et sprang med høyde U fra 0 ved $t = 0$.

a. Beregn $x(t)$ vha. (3.45) i læreboken, som gjengis her:

$$\underline{x}(s) = (sI - A)^{-1}\underline{x}_0 + (sI - A)^{-1}B\underline{u}(s) \tag{3.33}$$

b. Beregn $x(t)$ vha. (3.46) i læreboken, som gjengis her:

$$\underline{x}(t) = e^{At}\underline{x}_0 + \int_0^t e^{A(t-\theta)}B\underline{u}(\theta)\,d\theta \tag{3.34}$$

Oppgave 3.8 Beregning av statisk respons fra differensiallikning

Gitt differensiallikningen (3.32) med initialtilstand $x(0) = x_0$. $u(t)$ er et sprang med høyde U fra 0 ved $t = 0$. Anta at a er negativ, slik at differensiallikningen er